

# 知っておきたい 画像評価に必要な統計学



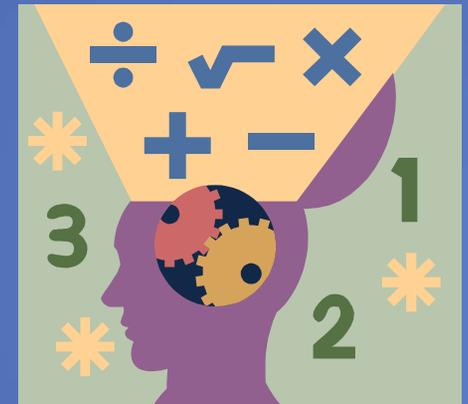
北九州市立八幡病院  
満園 裕樹

# 統計学というと……

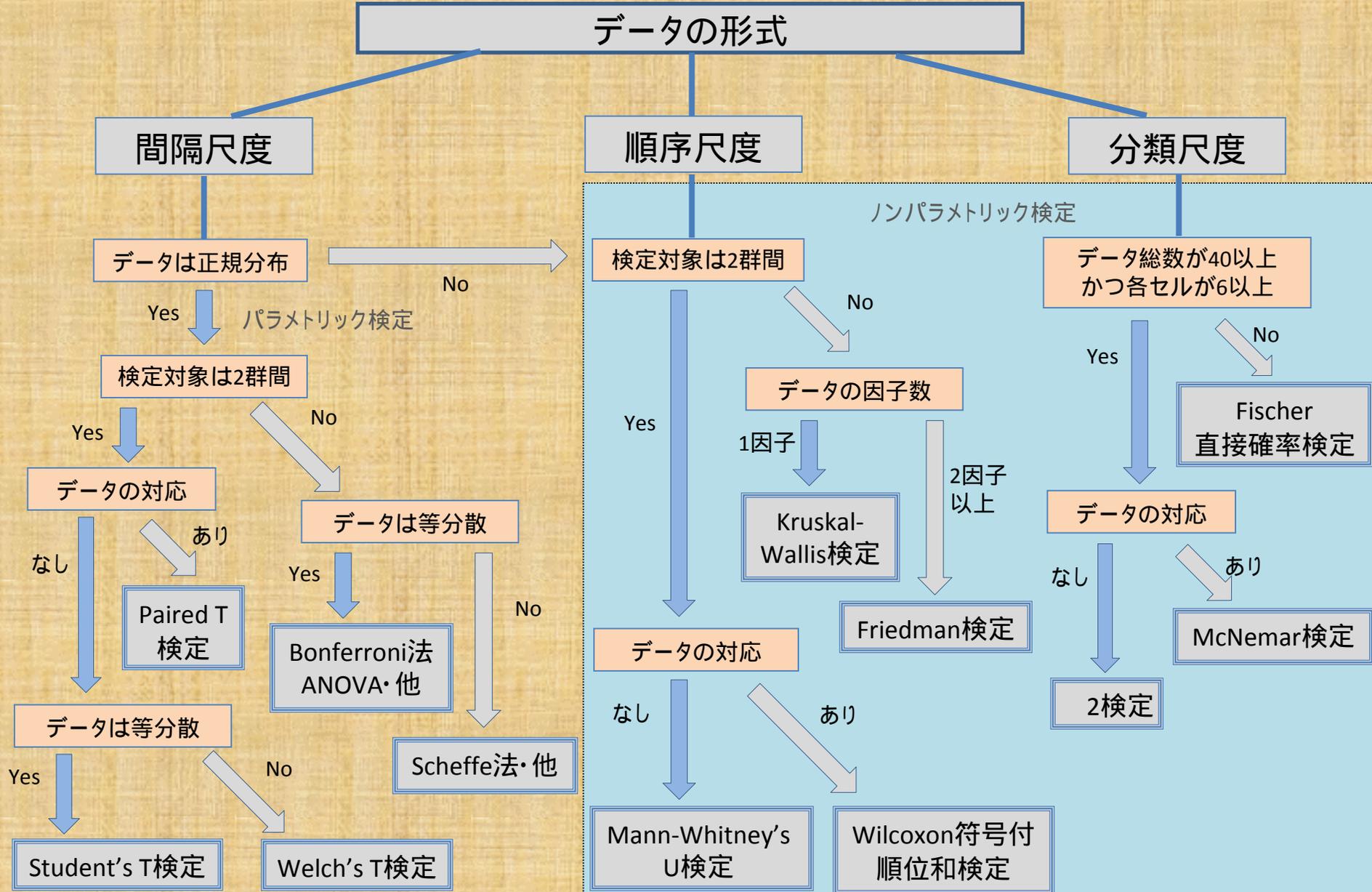
なんだか  
取っ付きにくい

どの検定を選べ  
ばよいのか？

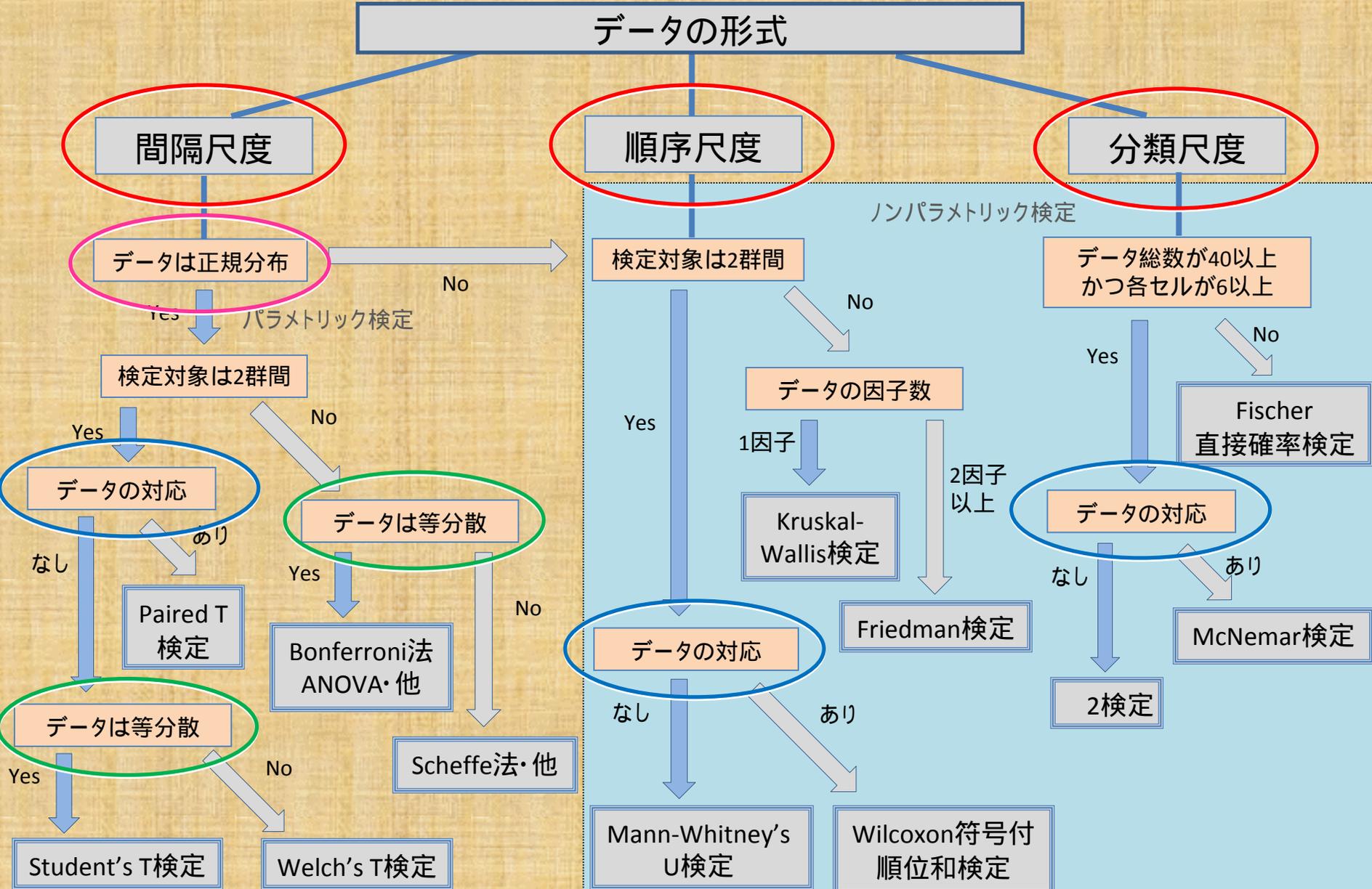
難しそうな言葉ば  
かりで解らない



# - 放射線領域で用いられる代表的な検定方法 -



# - 放射線領域で用いられる代表的な検定方法 -



# 今日の目標

1. 統計(検定)の仕組みと、使われる語句の意味を理解しよう
2. 実例に沿って検定を考えてみよう

5  
月  
23  
日  
(土)

日直

満園

# 検定のしくみ(裁判風)



キム・カセツ



対立仮説



帰無仮説

# 検定のしくみ(裁判風)



有意差は存在する



対立仮説



帰無仮説

# 検定のしくみ(裁判風)



差は偶然だ！



対立仮説



帰無仮説

# 検定の選択



## 間隔尺度

- ・ 連続値
- ・ CT値 (HU) 吸収線量 (mGy) など

## 順位尺度

- ・ 離散値
- ・ 視覚評価 (5段階) 副作用 (軽～重症) など

## 名義尺度

- ・ カテゴリー
- ・ 疾患別 (健常者 vs 心疾患) 男女 など



対立仮説



帰無仮説

# 検定の選択



パラメトリック検定

ノンパラメトリック検定



対立仮説



帰無仮説

# 検定の進め方



差が偶然だとすると、  
それはどのくらいの確率  
生じたものなのか？

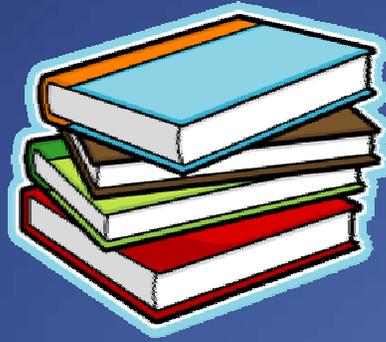


対立仮説



帰無仮説

# 検定統計量の算出



*Ex.*

T検定 : t-分布表

$\chi^2$ 検定 :  $\chi^2$ 分布表

etc...



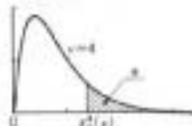
## 対立仮説



## 帰無仮説

3.  $\chi^2$ 分布のパーセント点

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left(\frac{x}{\sigma}\right)^k \times e^{-\frac{x}{\sigma}}$$



放送大学“統計学'97”より引用

208

$\alpha$	.995	.990	.975	.950	.900	.800	.700	.600	.500
1	0.0043704	0.0157088	0.0968859	0.393214	0.1527938	0.441848	1.48472	2.74996	4.54736
2	0.0100012	0.0203010	0.0539887	0.214778	0.102454	0.351823	1.02454	1.87575	2.77455
3	0.0717248	0.148302	0.215775	0.351823	0.584374	1.00517	1.42355	1.86917	2.36597
4	0.308799	0.297109	0.494019	0.718723	1.06362	1.44878	2.19470	2.75284	3.35549
5	0.411742	0.364298	0.631212	1.14548	1.61031	2.34253	2.99991	3.65550	4.35146
6	0.475277	0.422990	1.23734	1.43538	2.20413	3.07939	3.82755	4.57015	5.34812
7	0.509224	0.452994	1.68987	2.16735	2.83311	3.82232	4.67133	5.49223	6.34581
8	1.34441	1.44530	2.19773	2.73284	3.48954	4.37337	5.32742	6.42285	7.54412
9	1.73492	2.06790	2.70039	3.32511	4.16814	5.38685	6.39331	7.55703	8.74293
10	2.15584	2.53821	3.24697	3.94630	4.86518	6.17968	7.28722	8.29547	9.34162
11	2.60222	3.05348	3.81575	4.57481	5.57778	6.98847	8.14937	9.25279	10.3450
12	3.07329	3.57657	4.42079	5.22683	6.30380	7.80733	9.02428	10.1820	11.2403
13	3.56403	4.10492	5.0875	5.89184	7.04130	8.63284	9.92568	11.1291	12.1366
14	4.07240	4.66043	5.78273	6.57663	7.78953	9.46733	10.8215	12.0785	13.0333
15	4.60292	5.23933	6.50214	7.26694	8.54674	10.3070	11.7212	13.0297	14.0389
16	5.14221	5.81221	7.26766	7.96143	9.32224	11.1521	12.6243	13.9607	15.0385
17	5.69272	6.40774	8.07174	8.67174	10.0852	12.0023	13.5300	14.9373	16.0362
18	6.26480	7.01491	8.92075	9.39044	10.8449	12.8570	14.4399	15.8932	17.0329
19	6.84977	7.63073	9.80452	10.1170	11.6509	13.7198	15.3517	16.8304	18.0374
20	7.43884	8.26040	9.74078	10.8508	12.4426	14.5784	16.2659	17.8068	19.0374
21	8.03365	8.89726	10.2629	11.5915	13.2386	15.4444	17.1823	18.7683	20.0372
22	8.64427	9.54249	10.9623	12.3380	14.0415	16.3140	18.1039	19.7268	21.0370
23	9.26042	10.1957	11.6884	13.0903	14.8882	17.1865	19.0211	20.6922	22.0368
24	9.88223	10.8584	12.4017	13.8484	15.6567	18.0418	19.9437	21.6525	23.0367
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6734	16.4714	18.9396	20.8670	22.6156	24.0366
26	11.1822	12.1981	13.8438	15.3792	17.2919	19.8297	21.7928	23.5794	25.0365
27	11.8674	12.8785	14.5734	16.1514	18.1129	20.7620	22.7192	24.5440	26.0363
28	12.5743	13.5647	15.3079	16.9279	18.9282	21.6880	23.6475	25.5093	27.0362
29	13.3011	14.2565	16.0511	17.7084	19.7427	22.6151	24.5770	26.4751	28.0361
30	13.8467	14.9538	16.7908	18.4927	20.5975	23.5441	25.5076	27.4416	29.0360
31	14.4578	15.6555	17.5387	19.2804	21.4324	24.4551	26.4297	28.4087	30.0359
32	15.1340	16.3622	18.2908	20.0719	22.2704	25.3478	27.3228	29.3783	31.0359
33	15.8153	17.0735	20.0467	20.8665	23.1102	26.2402	28.2069	30.3444	32.0358
34	16.5018	17.7891	19.8043	21.6643	23.9523	27.1183	29.0741	31.3133	33.0357
35	17.1918	18.5089	20.5694	22.4650	24.7967	28.0109	30.182	32.2821	34.0356
36	17.8847	19.2327	21.3359	23.2686	25.6425	28.7590	31.1132	33.2517	35.0355
37	18.5808	19.9602	22.1054	24.0749	26.4971	29.5355	32.0232	34.2214	36.0354
38	19.2888	20.6914	22.8765	24.8839	27.3430	30.3393	32.9192	35.1923	37.0353
39	19.9999	21.4262	23.6543	25.6954	28.1958	31.1465	33.8498	36.1648	38.0352
40	20.7045	22.1643	24.4330	26.5093	29.0505	32.0458	34.8719	37.1343	39.0351
50	27.9967	29.7367	30.3574	34.7643	37.8886	41.4497	44.3133	48.3638	49.3549
60	35.5345	37.4849	40.4817	43.1883	46.4589	50.5406	53.8691	58.4220	59.3547
70	43.2822	45.4417	48.7576	51.7993	55.2289	59.8978	63.5460	68.3941	69.3545
80	51.1719	53.5401	57.1532	60.3913	64.2726	69.2069	72.9153	78.1979	79.3543
90	59.1943	61.7541	65.6464	69.1260	73.5911	78.5584	82.5111	85.9925	89.3542
100	67.3274	70.0849	74.2219	77.9295	82.3281	87.9453	92.1289	95.8078	99.3541
120	83.8514	86.9233	91.5724	95.7046	100.424	106.806	111.419	115.465	119.324
140	100.455	104.034	109.137	113.659	119.629	125.758	130.766	135.149	139.324
160	117.179	121.348	126.740	131.756	137.344	144.763	150.158	154.856	159.324
180	134.884	139.609	144.871	149.769	156.153	163.868	169.586	174.580	179.324
200	152.241	156.452	162.738	168.279	174.835	183.033	189.049	194.319	199.324
240	187.324	191.990	198.984	205.135	212.284	221.594	228.046	233.835	239.324

$\alpha$	.400	.300	.200	.100	.05	.025	.01
1	0.708326	1.07419	1.64237	2.70554	3.84144	5.02399	6.63486
2	1.83074	2.40195	3.21868	4.60517	5.99144	7.37778	9.21004
3	2.94617	3.66407	4.64163	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449
4	4.04463	4.87843	5.98662	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767
5	5.13167	6.06443	7.28928	9.23636	11.0705	12.8325	15.0863
6	6.21076	7.2114	8.5506	10.4446	12.5914	14.4494	16.8119
7	7.28321	8.38343	9.8325	12.0170	14.0471	16.0128	18.4753
8	8.35053	9.53446	11.0301	13.3616	15.5073	17.5245	20.0902
9	9.41364	10.6564	12.2421	14.4837	16.9190	19.0028	21.6640
10	10.4732	11.7607	13.4420	15.4892	18.3078	20.4802	23.1982
11	11.5298	12.8487	14.4314	17.2750	19.6751	21.9200	24.7258
12	12.5838	14.0115	15.4520	18.5493	21.0261	23.3267	26.2170
13	13.6356	15.1180	16.4848	19.8119	22.3409	24.7356	27.6892
14	14.6853	16.2201	17.5061	21.0641	23.6848	26.1389	29.1412
15	15.7332	17.3217	18.5107	22.3071	24.9958	27.4884	30.5779
16	16.7795	18.4179	20.4651	25.5418	26.2963	28.8454	31.9999
17	17.8244	19.5130	21.6146	26.7690	27.5871	30.1910	33.4087
18	18.8679	20.6014	22.7595	28.0894	28.8693	31.5284	34.8053
19	19.9102	21.6891	23.9044	29.2036	30.1435	32.8523	36.1907
20	20.9514	22.7745	25.0375	30.2420	31.4104	34.1698	37.5642
21	21.9915	23.8578	26.1711	31.2151	32.6704	35.4799	38.9322
22	23.0307	24.9390	27.3015	32.1230	33.9244	36.7827	40.2954
23	24.0689	26.0184	28.3528	33.0009	35.1725	38.0784	41.6544
24	25.1062	27.0960	29.3533	33.8522	36.4150	39.3661	42.9999
25	26.1430	28.1719	30.4732	34.6816	37.6522	40.6465	44.3341
26	27.1789	29.2463	31.5946	35.5002	38.8851	41.9222	45.6589
27	28.2141	30.3193	32.7117	36.34712	40.1133	43.1945	46.9757
28	29.2486	31.3909	33.8266	37.1929	41.3371	44.4688	48.2852
29	30.2825	32.4612	34.9394	38.0875	42.5570	45.7222	49.5879
30	31.3159	33.5302	36.0502	40.0260	43.7730	46.9792	50.8922
31	32.3486	34.5981	37.1591	41.4217	44.9853	48.2319	52.1914
32	33.3809	35.6649	38.2663	42.5847	46.1943	49.4804	53.4858
33	34.4126	36.7307	39.3718	43.7452	47.3999	50.7251	54.7757
34	35.4438	37.7954	40.4756	44.9032	48.6024	51.9660	56.0609
35	36.4746	38.8591	41.5780	46.0588	49.8018	53.2003	57.3421
36	37.5049	39.9220	42.6788	47.2122	50.9985	54.4373	58.6197
37	38.5348	40.9859	43.7972	48.3674	52.1920	55.6680	59.8925
38	39.5643	42.0491	44.9163	49.5126	53.3825	56.8955	61.1611
39	40.5935	43.1053	46.0360	50.6598	54.5722	58.1201	62.4261
40	41.6222	44.1649	47.1565	51.8051	55.7605	59.3417	63.6876
50	51.8916	54.7228	58.1638	63.1671	67.5048	71.4202	79.4900
60	62.1348	65.2245	68.9721	74.3970	79.9819	83.2977	90.3794
70	72.3583	75.6893	79.7146	85.5270	90.5212	93.0252	100.425
80	82.5643	86.1197	90.4853	96.5982	101.879	106.429	112.329
90	92.7514	96.5208	101.654	107.565	113.145	118.136	124.174
100	102.946	106.906	111.647	118.498	124.342	129.561	135.887
120	123.289	127.616	132.066	140.233	146.567	152.211	158.990
140	143.604	148.269	153.054	161.807	168.413	174.448	186.847
160	163.898	168.874	174.828	183.311	190.516	196.915	209.824
180	184.173	189.444	195.743	204.704	212.304	219.014	232.620
200	204.434	209.985	216.489	226.021	233.994	241.058	255.264
240	244.918	250.968	258.218	268.471	277.138	284.802	293.888
300	304.918	309.968	318.218	326.471	337.138	344.802	353.888

209

付  
表

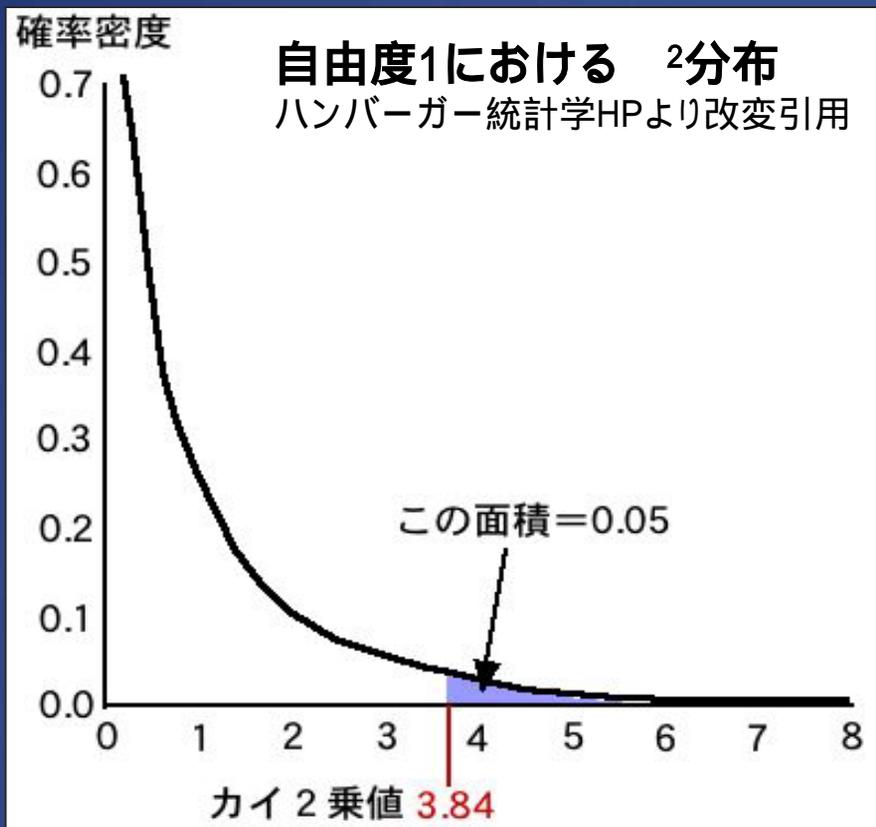
自由度  $\nu = (1) \times (10) \times (20) \times (30) \times (40)$  の  $\chi^2$  分布に対して、特定の上限値  $\alpha$  に対応する  $\chi^2$  の値を求め、これを  $\chi^2$  分布のパーセント点とよび、 $f(\alpha)$  と表す。

例 1:  $\alpha = 0.05$ 、 $\nu = 120$  に対しては、 $\chi^2_{0.05}(120) = 157.490$  を得る。

$\chi^2_{0.05}(120)$  を  $\chi^2_{0.05}(120)$  に対しては、 $\chi^2_{0.05}(120)$  を  $\$



# 検定統計量の算出



対立仮説



帰無仮説

# 検定結果の決着



観察された差が偶然で起こった確率



**P値** (Predictive-value)

\* :  $P < 0.05$     \*\* :  $P < 0.01$     \*\*\* :  $P < 0.001$



ただしP値と差の大小は  
直接的には無関係！



対立仮説

帰無仮説

# Excelを用いた検定例

TTEST(範囲1,範囲2,検定指定,検定方法)

CHITEST(範囲1,範囲2)・・・カイ2乗検定

FTEST(範囲1,範囲2, )・・・F検定(分散)

# Excelを用いた平均値差の検定

TTEST(範囲1,範囲2,検定指定,検定方法)

(A2:A10,B2:B10,

	A	B
1	データ1	データ2
2	3	6
3	4	8
4	3	6
5	2	4
6	3	6
7	4	8
8	3	6
9	2	4
10	1	2
	p値=	0.001461

# Excelを用いた平均値差の検定

TTEST(範囲1,範囲2,検定指定,検定方法)

片側検定・・・1

両側検定・・・2

を選択

# Excelを用いた平均値差の検定

TTEST(範囲1,範囲2,検定指定,検定方法)

対応がある検定..... 1

対応がなく等分散..... 2      を選択

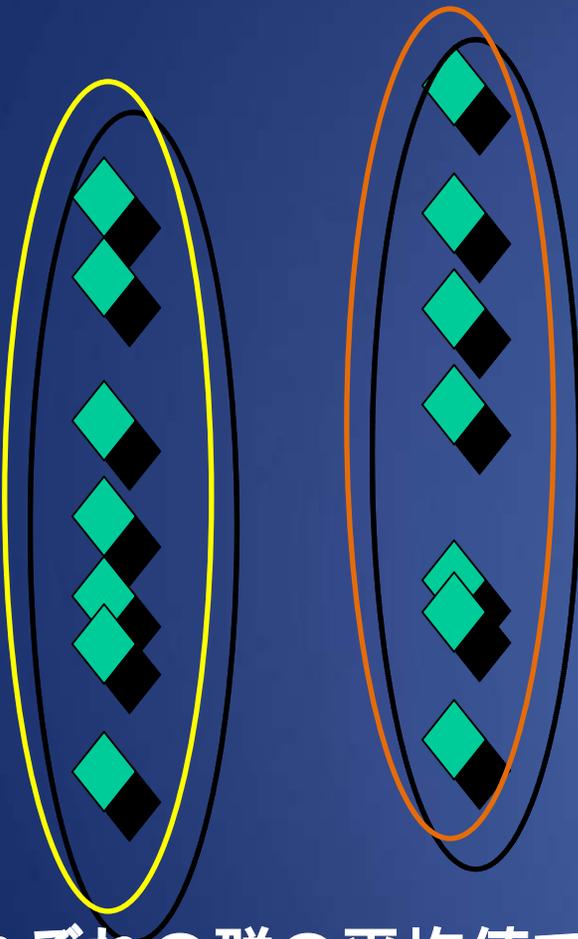
対応がなく不等分散.. 3

# 対応がある検定とは？

同じ患者に対して異なる方法をそれぞれ施行し評価する場合や、投薬前後でデータを測定するなど、数値変化の因果関係がよりはっきりしている場合に用いることができ、対立仮説を採択しやすくなる。

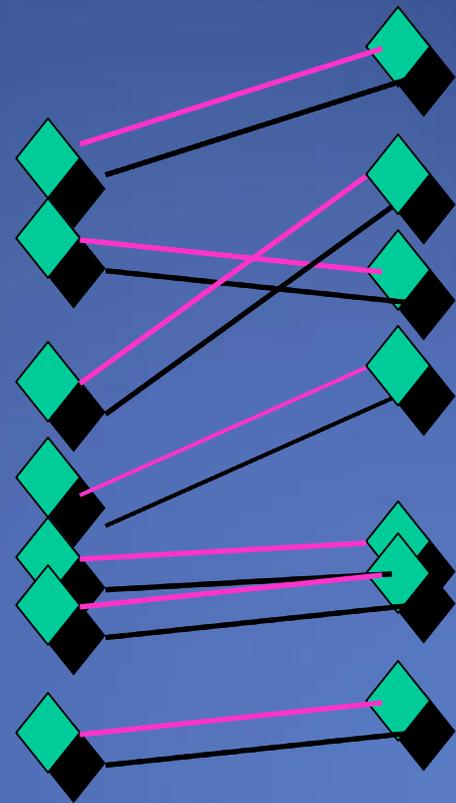
# 対応がある検定とは？

対応なし



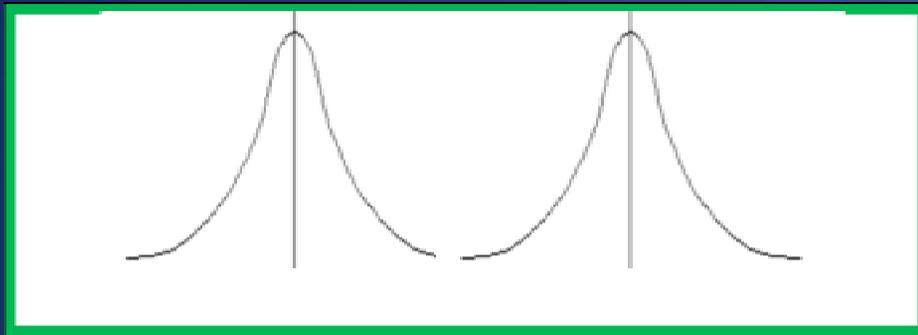
それぞれの群の平均値で比

対応あり



個別に変化量を比

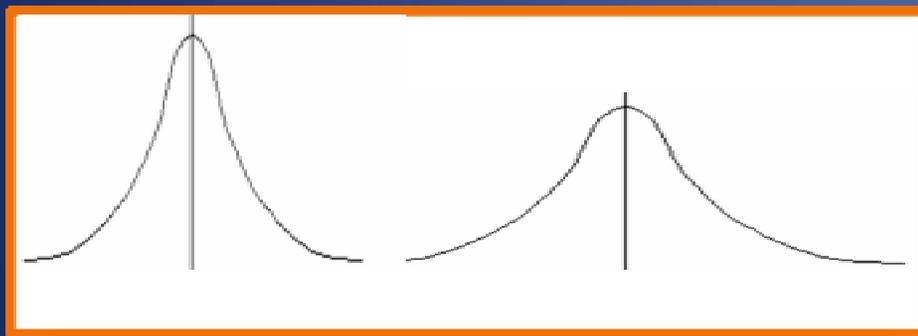
# 等分散・不等分散とは？



等分散

StudentのT検定

StudentのT検定



不等分散

WelchのT検定

WelchのT検定

実際にExcelで  
T検定してみよう

# 例題

病院で行われている2つの腎動脈狭窄評価用プロトコルにおいて、腎動脈分岐部での造影効果に差があるか検討を行いなさい。

第2回九州放射線医療技術学術大会より改変出題



アナロ

クイズ

# 間違いだらけの 検定使用法！

あぶないですので決してマネしないでください



# 問題

注入時間固定法 (30sec・600mg/ml/kg) を用い、300mg/ml製剤と350mg/ml製剤にてAdamkiewicz動脈の描出能に有意差があるか、5段階の視覚評価を行った。それぞれ30例ずつの結果において、300mg/ml製剤で平均2.9点・標準偏差0.8であり、350 mg/ml製剤では同様に3.1点標準偏差1.2であった。Student's T検定における片側検定では $P=0.211$ であり、明らかな有意差は認められなかった。

# 問題

注入時間固定法 (30sec・600mg/ml/kg) を用い、300mg/ml製剤と350mg/ml製剤にてAdamkiewicz動脈の描出能に有意差があるか、5段階の視覚評価を行った。それぞれ30例ずつの結果において、300mg/ml製剤で平均2.9点・標準偏差0.8であり、350 mg/ml製剤では同様に3.1点標準偏差1.2であった。Student's T検定における片側検定では $P=0.211$ であり、明らかな有意差は認められなかった。

# 問題

注入時間固定法 (30sec・600mg/ml/kg) を用い、300mg/ml製剤と350mg/ml製剤にてAdamkiewicz動脈の描出能に有意差があるか、5段階の視覚評価を行った。それぞれ30例ずつの結果において、300mg/ml製剤で平均2.9点・標準偏差0.8であり、350 mg/ml製剤では同様に3.1点標準偏差1.2であった。Student's ~~2~~検定における片側~~2~~検定では $P=0.211$ であり、明らかな有意差は認められなかった。

# 解説

5段階評価という順位尺度を用いた検定では、パラメトリック検定ではなく、ノンパラメトリック検定を用いる必要がある。



## Mann-Whitney's U検定 (Wilcoxon's順位和検定)

また、このケースの場合、どちら優れるかはっきりしていないため、**両側検定を用いるべき**である。



HTML

fhfLf...f f“fg

# 問題

30人の患者を無作為にA,B,C社のCT装置を用いて骨盤CTを撮影し、その時の精巣の被ばく線量 (mGy) を測定したところ以下のようになった。3社のCT装置に被ばく線量の違いはあるか？

A社	1.7, 1.8, 2.0, 1.8, 1.7, 1.5, 1.4, 1.6, 1.7, 1.8 (n=10)
B社	1.6, 1.5, 1.3, 1.2, 1.1, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5, 1.6 (n=10)
C社	1.3, 1.5, 1.6, 1.4, 1.7, 1.8, 1.8, 1.8, 1.6, 1.9 (n=10)

# 回答

有意水準5%でA社とB社・A社とC社・B社とC社間の Student's T検定をそれぞれを行った。結果、A vs B は $P=0.0023$ 、B vs Cでは $P=0.0196$ となり、共にB社のCT装置に対し、統計学的有意差をもって精巢被ばく線量が多いことが確認された。一方で、A vs Cでは $P=0.473$ となり、統計学的有意差は確認できなかった。



# 回答

有意水準5%でA社とB社・A社とC社・B社とC社間の Student's **T検定をそれぞれを行った**。結果、A vs B は $P=0.0023$ 、B vs Cでは $P=0.0196$ となり、共にB社のCT装置に対し、統計学的有意差をもって精巢被ばく線量が多いことが確認された。一方で、A vs Cでは $P=0.473$ となり、統計学的有意差は確認できなかった。



# 回答

有意水準5%でA社とB社・A社とC社・B社とC社間の Student's T検定をそれぞれ~~×~~行った。結果、A vs B は $P=0.0023$ 、B vs Cでは $P=0.0196$ となり~~×~~共にB社の CT装置に対し、統計学的有意差をもって精巢被ばく線量が多いことが確認された。一方で、A vs Cでは  $P=0.473$ となり、統計学的有意差は確認できなかった。



# 答え

3群間の平均値差検定において、有意差5%でT検定を繰り返すと、どれか一つに差がでる確率は $(1-0.05) * (1-0.05) * (1-0.05) = 0.86$ となり、危険率は約14%に跳ね上がってしまう。

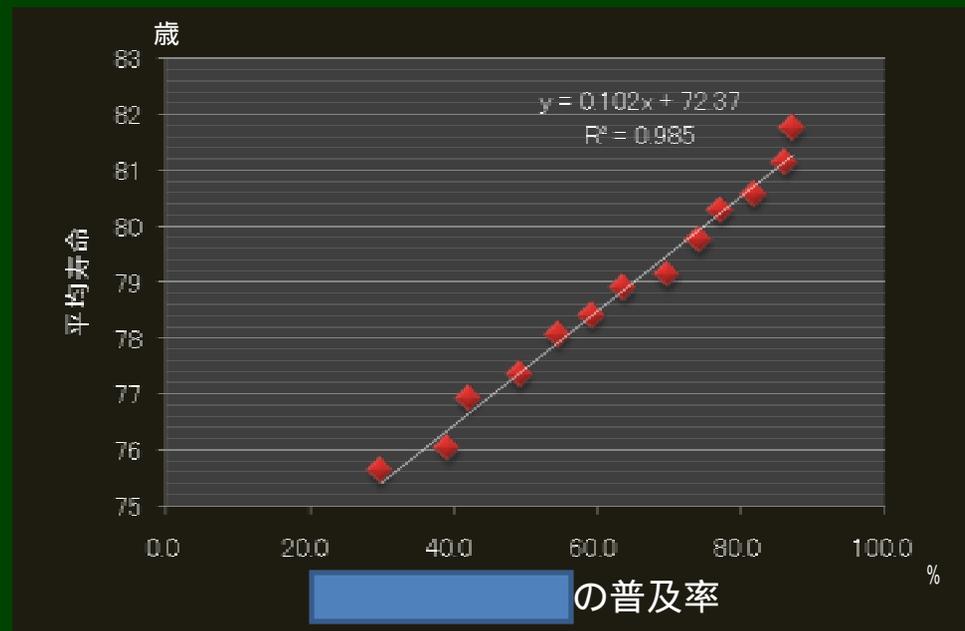


**P値を予め3で割って0.017として  
検定を行うか、ANOVA等の多群  
間検定の手法を用いる**



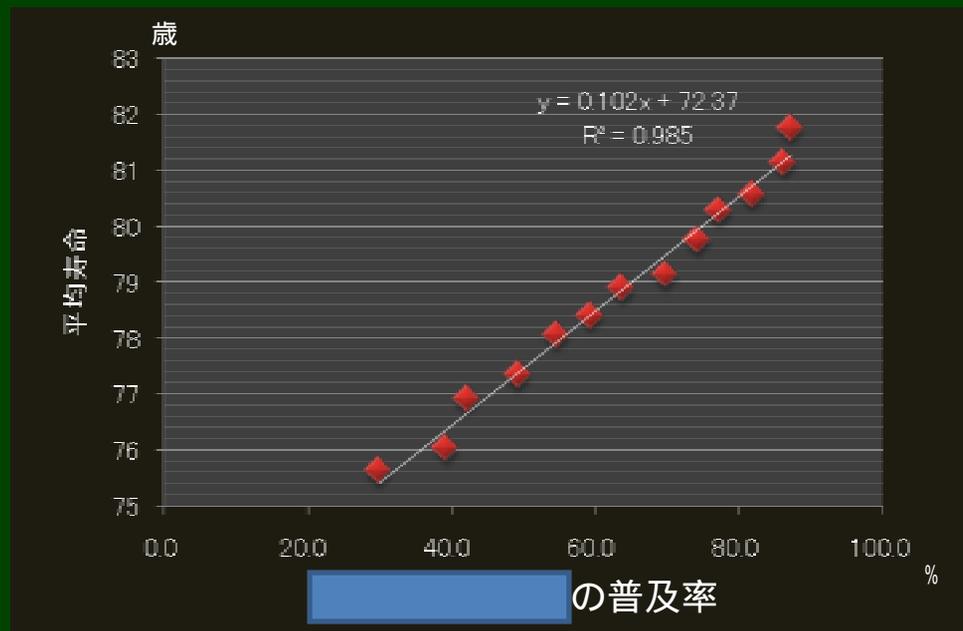
# 問題

つぎのグラフは我が国におけるあるものの普及率と平均寿命の相関を求めたものである。四角の中に入る物の名前を答えなさい

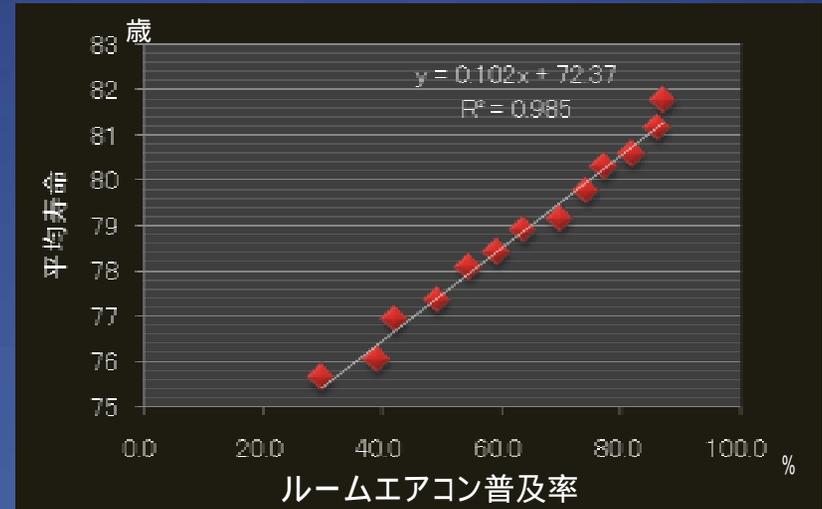
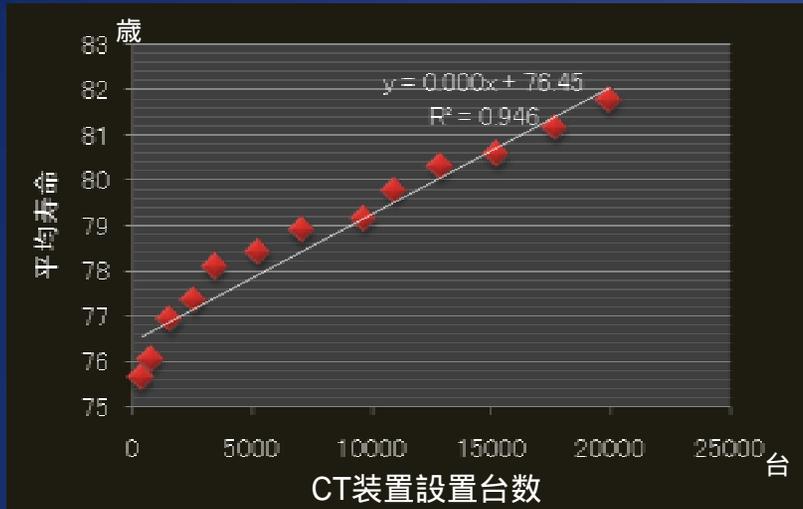


# 問題

つぎのグラフは我が国におけるあるものの普及率と平均寿命の相関を求めたものである。四角の中に入る物の名前を答えなさい



# 答え



\*内閣府およびJIRAホームページより引用

検定や相関の数字のみを追いかけると、  
思わぬ**落とし穴**がある！研究計画の段階  
で**バイアス**となりうる**項目**がないか、十分に  
**吟味**することが**必要不可欠**である。

# ホームルーム

1. 使ってみれば意外と簡単！うまく利用して研究成果に深みを与えよう！
2. 数値のみに囚われてはいけない！数値よりも研究計画こそが全て！
3. 今日の日直の報告、危険率はかなり高い可能性が?!各位における復習が大切！

5  
月  
23  
日  
(土)  
日直  
満園

ご清聴ありがとうございました

5  
月  
23  
日  
(土)  
日直  
満園